

KOVÁCS ENDRE, PARIPÁS BÉLA,

## FIZIKA II.

8



A Műszaki Földtudományi Alapszak tananyagainak kifejlesztése a  
TÁMOP 4.1.2-08/1/A-2009-0033 pályázat keretében valósult meg.

## VIII. A MAXWELL-EGYENLETEK

### 1. AZ AMPÈRE-MAXWELL-FÉLE GERJESZTÉSI TÖRVÉNY

**Faraday indukció törvénye** szerint az időben változó mágneses mező elektromos mezőt kelt. Maxwell elméleti megfontolások alapján feltételezte, hogy az elektromos mező időbeli változása pedig örvényes mágneses mezőt kelt. Az egyenlet felírása során az **Ampère-féle gerjesztési törvényt** kiegészítette egy további taggal, amelyet eltolási áramnak nevezett. Így született meg az Ampère-Maxwell törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_i I_i + \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{F}} \vec{D} d\vec{A}$$

Felhasználva a  $\Psi$  **elektromos indukciófluxus** definícióját, az **Ampère-Maxwell törvény** rövidebben:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum I + \frac{d\Psi}{dt}.$$

A mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő a vonalra feszített felületet átdőfő áramok erősségének, és a felületen átmenő elektromos fluxus változási gyorsaságának az összegével. Mágneses mezőt tehát nemcsak mágneses dipólusok, vagy áramok gerjeszhetnek, időben változó elektromos mező is képes mágneses mezőt keltetni. A jelenség szimmetrikus megfelelője a Faraday-féle indukciónak. Az eltolási áram nem áram a szó eredeti értelmében, mert nem kapcsolódik hozzá töltések mozgása. Azonban éppúgy gerjeszt mágneses mezőt, mint a vezetési áram. Jó vezetőkben ( $\gamma \cong 10^7 \text{ 1}/\Omega\text{m}$ ), technikai váltóáram esetén a vezetési áramsűrűség sok nagyságrenddel felülmúlja az eltolási áramsűrűséget. Nem hanyagolható el az eltolási áram szigetelőben, ahol nem folyhat vezetési áram, illetve ha a frekvencia az optikai tartományba esik.

### 2. A MAXWELL-EGYENLETRENDSZER

Ez a XIX. sz. egyik legnagyobb hatású egyenletrendszer, főleg azért, mert ebből az egyenletrendszerből vezették le az elektromágneses hullámok létezését.

1. Ampère-Maxwell féle gerjesztési törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_n I_n + \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{F}} \vec{D} d\vec{A} \text{ és } \text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

azaz mozgó töltések vagy az időben változó elektromos mező örvényes mágneses mezőt kelt.

2. Faraday-féle indukció-törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{F}} \vec{B} d\vec{A} \text{ és } \text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

azaz időben változó mágneses mező örvényes elektromos mezőt kelt.

3. Elektromos Gauss-törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{D} d\vec{A} = Q \text{ és } \text{div} \vec{D} = \rho$$

azaz az elektromos tér forrásai a töltések.

#### 4. Mágneses Gauss-törvény:

$$\oint_{\mathcal{F}} \vec{B} d\vec{A} = 0 \text{ és } \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

vagyis a mágneses tér forrásmentes.

A **Maxwell-egyenletrendszer** megoldásához szükségesek az anyagegyenletek is, amelyek megadják, hogy mi a kapcsolat egyfelől az **elektromos térerősség** és az **elektromos indukció**, másfelől a **mágneses térerősség** és a mágneses indukció között. A lineáris anyagegyenletek:  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$  és  $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ , valamint az Ohm-törvény:  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , ahol a térerősségbe beleértjük az idegen térerősséget is. Míg azonban a Maxwell-egyenletek egzakt természettörvények, az anyagegyenletek csak bizonyos anyagokra igazak, és közelítő jellegűek. Nem adnak számot pl. a ferromágnesesség, ill. a permanens mágnesesek létezéséről.