KOVÁCS ENDRE, PARIPÁS BÉLA,

FIZIKA II.

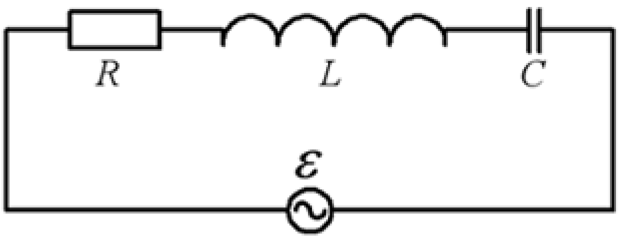
7

A Műszaki Földtudományi Alapszak tananyagainak kifejlesztése a
TÁMOP 4.1.2-08/1/A-2009-0033 pályázat keretében valósult meg.

VII. VÁLTÓÁRAMÚ RLC-KÖRÖK

1. SOROS KAPCSOLÁS

Olyan áramköröket vizsgálunk, amelyekben az ohmos ellenállás mellett tekercs és **kondenzátor** is van, az áramforrás elektromotoros ereje pedig szinuszosan/koszinuszosan változik



Soros RLC kör

Tekintsük az ábrán látható soros RLC kört, és alkalmazzuk rá az általánosított hurok törvényt:

$$L\frac{dI}{dt}+IR+\frac{Q}{C}=\mathcal{E}$$

Tegyük fel, hogy a váltakozó áramú generátort elektromotoros ereje $\mathcal{E}=\mathcal{E}_0\cos\omega t$ függvény szerint változik. $\mathcal{E}_0$ a gerjesztő elektromotoros erő amplitúdója w pedig a körfrekvenciája. Ezt beírva a differenciálegyenletünk formálisan teljesen analóg az előző félévben tanult gerjesztett rezgés mozgásegyenletével. Az analóg mennyiségek:

- $x\rightarrow Q$ a változó
- $m\rightarrow L$ tehetetlenség
- $\kappa\rightarrow R$ csillapítás, a rezgés energiája hővé alakul
- $D\rightarrow\frac{1}{C}$ a rugó, ill. a kondenzátor tárolja az energiát, ami a megnyúlásból, ill. a töltés-felhalmozódásból adódik ($\frac{1}{2}Dx^2$, ill. $\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$, ezek periodikusan átalakulnak az $\frac{1}{2}mv^2$ mozgási és az $\frac{1}{2}LI^2$ mágneses energiává)
- $F_0\rightarrow\mathcal{E}_0$ kényszer, energiabetáplálás
- $\omega_r=\sqrt{\frac{D}{m}}\rightarrow\frac{1}{\sqrt{LC}}$ sajátfrekvencia, $\omega=\omega_r$ esetén rezonancia következik be.

Az RLC köröket vizsgálva minket jobban érdekel az áramerősség, mint a kondenzátoron lévő töltés, ezért lederiváljuk idő szerint a fenti egyenletet, hogy csak az áramerősség maradjon benne változóként:

$$L\frac{d^2I}{dt^2}+R\frac{dI}{dt}+\frac{I}{C}=-\mathcal{E}_o\,\omega\sin\omega t$$

Matematikailag a megoldandó egyenlet inhomogén másodrendű differenciálegyenlet az áramerősségre (az áramforrás adja az inhomogenitást). Ennek általános megoldása két tagból áll: az inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldásából és a megfelelő homogén egyenlet általános megoldásából. A homogén egyenlet általános megoldása csillapított rezgőmozgásnak felel meg. (Ha ohmos ellenállás sincs, akkor – a korábbiak szerint – harmonikus rezgőmozgás jön létre, míg ha áramforrás is van, kényszerrezgésről beszélhetünk.) Mivel a homogén esetben nincs áramforrás, így nincs, ami pótolja az ellenálláson keletkező Joule-hőt, ezért csillapodik az áram. A homogén egyenlet megoldása tehát időben exponenciálisan lecseng, így az állandósult állapotban csupán a partikuláris megoldásnak megfelelő tag marad meg, a továbbiakban csak ezzel foglalkozunk. Tudjuk, hogy ha az inhomogenitást jelentő függvény ω körfrekvenciájú periodikus függvény, akkor a partikuláris megoldást is ω körfrekvenciájú periodikus függvény alakjában kereshetjük.

Behelyettesítéssel ellenőrizhető, hogy a partikuláris (időben állandósult) megoldás a következő:

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

Az áramerősség időfüggésében szereplő I_0 a létrejövő áram csúcsértéke, míg φ a kezdőfázis. A behelyettesítés után kapott egyenletből kifejezhetjük az áramerősség csúcsértékét is:

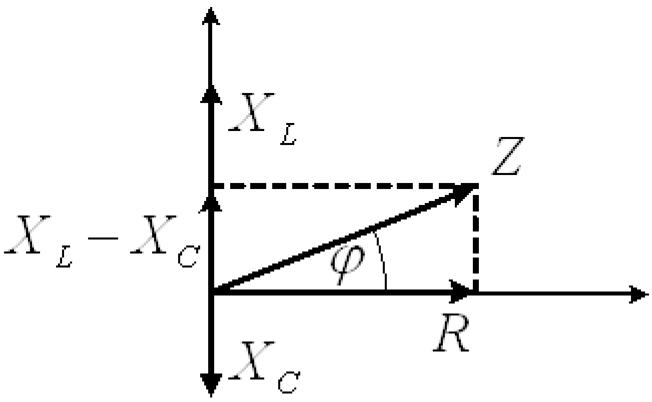
$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} .$$

Az egyenlet mutat némi hasonlóságot az Ohm-törvénnyel, de itt az arányosság csak az áramerősség és az elektromotoros erő csúcsértékei között áll fenn. Az arányossági tényező reciproka Z tehát ellenállás dimenziójú és a soros kör impedanciájának (vagy váltakozó áramú ellenállásának) nevezzük:

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} .$$

Az $I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{Z}$ egyenletet a váltakozó áramú körökre vonatkozó Ohm törvénynek is nevezik.

A korábban bevezetett jelölésekkel felrajzoljuk az impedancia vektorábrát.



Impedancia vektorábra

Ebből leolvasható a kezdőfázis:

$$tg\,\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{L\omega - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

vagy

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

Ha $\varphi > 0$ akkor *I* késik $\mathcal{E}$ -hoz képest, ha $\varphi < 0$ akkor *I* siet $\mathcal{E}$ -hoz képest.

Hasonlóan a mechanikai rezgéshez, itt is egyik formából a másikba alakul az energia és vissza periodikusan. Amíg az áramerősség nagy, addig a tekercs mágneses mezője erős, aminek nagy az $1/2LI^2$ mágneses energiája. Azután az áramerősség csökken, a töltés felhalmozódik a kondenzátoron, de akkor meg a kondenzátor $\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ energiája lesz nagy (a sztatikában megbeszéltük, hogy ez valójában az elektromos tér energiája).

Az egyes kapcsolási elemek pólusain mérhető feszültségek

Grafikusan a feszültségeket úgy kaphatjuk meg, hogy az impedancia vektorábrán minden ellenállás-jellegű mennyiséget beszorzunk az áramerősséggel. Az ohmos ellenálláson lévő feszültség az áramerősséggel mindig fázisban van. Ha $U_{R0} = I_0 R$ az ellenálláson a feszültség csúcsértéke, akkor

$$U_R(t) = U_{R0}\cos(\omega t - \varphi)$$

A kondenzátor feszültsége π/2-vel késik az áramhoz képest, azaz

$$U_C(t) = U_{C0}\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right),$$

ahol $U_{C0} = I_0 X_C$, a kondenzátoron mérhető feszültség csúcsértéke.

Az ideális tekercs feszültsége π/2-vel siet az áramerősséghez képest:

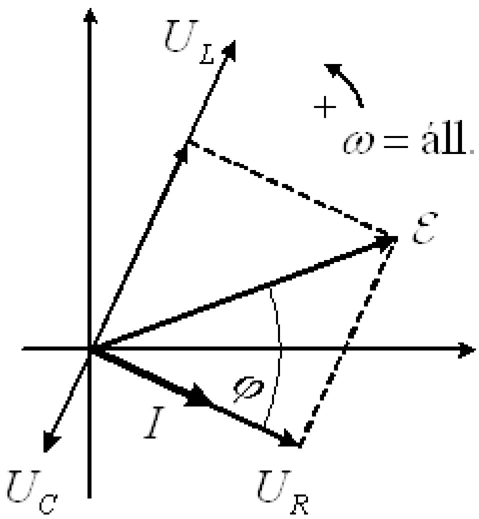
$$U_L(t) = U_{L0}\cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

ahol $U_{L0} = I_0 X_L$ az induktivitáson mérhető feszültség csúcsértéke.

ANIMÁCIÓ

Forgó vektorábra

A soros RLC kör fázisviszonyainak szemléltetésére gyakran használják a forgó vektoros ábrázolást. Ilyenkor a vektor hossza arányos az illető fizikai mennyiség csúcsértékével, és állandó szögsebességgel forog a síkban az óramutató járásával ellentétes irányban. A vízszintes tengelyre vett vetület harmonikus rezgést végez, ez adja a fizikai mennyiség pillanatnyi értékét. [1] A függőleges tengelynek nincs fizikai jelentése, azért vezettük be, mert vektorokat könnyebb összeadni, mint trigonometrikus függvényeket. Az első vektor, amit egy ilyen ábrázolásnál felveszünk, az áramerősség vektora. Mivel az ohmos ellenálláson lévő feszültség az áramerősséggel mindig fázisban van, így az azt leíró vektor az áramerősséggel párhuzamos. Az ideális tekercs feszültsége $\frac{\pi}{2}$-vel siet az áramerősséghez képest, így az ezt ábrázoló vektor, a vektorok forgásának irányában megelőzi az áramerősség vektorát. A kondenzátor feszültsége $\frac{\pi}{2}$-vel késik az áramhoz képest, így a vektora az áramerősség vektorához képest 90°-kal lemarad. A vektorok összege pedig kiadja a generátor elektromotoros erejét. Megjelenik az ábrán a φ fáziskülönbség is.



Forgó vektorábra

ANIMÁCIÓ

Rezonancia soros RLC-körben

Vizsgáljuk meg, hogy egy adott RLC-körben milyen ω frekvenciára lesz maximális az áramerősség. Az

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

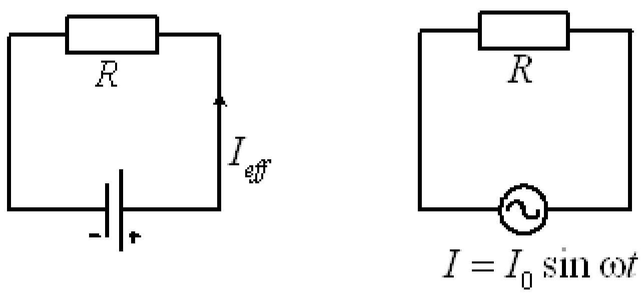
Összefüggésből leolvasható, hogy ez akkor következik be, ha a nevezőben az impedancia minimális. Mivel a gyökjel alatt álló első tag (R^2) rögzített, a második pedig nem negatív, akkor lesz minimális a két tag összege, ha a zárójelben álló tag nulla, azaz ha $L\omega_r = \frac{1}{C\omega_r}$, vagyis a rezonanciafrekvencia

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Ekkor a kondenzátoron és a tekercsen eső feszültség ugyanakkora, de ellentétes fázisú, így összegük minden pillanatban nulla. Ha R nagyon kicsi, akkor az áramerősség nagyon nagy. Ebből az következik, hogy a tekercsen és a kondenzátoron eső $U_{L0} = I_0 X_L$ és $U_{C0} = I_0 X_C$ feszültség is nagyon nagy, sokkal (akár sok ezerszer) nagyobb, mint az áramforrás elektromotoros ereje! Ezért ezt a rezonanciát feszültségrezonanciának is nevezik.

Váltakozó áram jellemzése effektív értékekkel

A váltakozó áram effektív értéke a hőhatás szempontjából egyenértékű stacionárius áram erősségét jelenti. Akár a vizsgált váltakozó áram folyik át egy fogyasztón (jobb oldali ábra), akár egy I_{eff} erősségű stacionárius áram (bal oldali ábra), egy periódus alatt az elektromos munkavégzés megegyezik.



Egyszerű áramkörök az effektív áramerősség bevezetéséhez

$$W = I_{eff}^2 R T \qquad\qquad W = \int_0^T I^2(t) R\,dt$$

A kétfajta módon kapott munkát egyenlővé téve, az ellenállással egyszerűsítve, T-vel osztva és gyököt vonva kapjuk az effektív értékre vonatkozó általános formulát:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2(t)\,dt}$$

Az I(t) helyére $I_0 \sin(\omega t)$ -t helyettesítve (ahol természetesen $\omega = \frac{2\pi}{T}$) és a szinusznégyzet-függvényt kiintegrálva belátható a következő gyakran használt állítás.

Szinuszos váltóáram esetén az áramerősség effektív értéke:

.

$$\boxed{I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}}$$

Hasonlóan a generátor effektív feszültsége: $\mathcal{E}_{eff} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$. Ez utóbbi két formula felhasználásával a váltóáramú Ohm törvény egy gyakrabban használt alakba írható:

$$I_{eff} = \frac{\mathcal{E}_{eff}}{Z} \quad \text{vagy} \quad \boxed{I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z}}$$

Teljesítmény soros váltakozó áramú körben

A soros áramkör esetén az áramforrás pillanatnyi teljesítménye:

$$P(t) = \mathcal{E}(t)\,I(t) = \mathcal{E}_0 \cos\omega t\; I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

Két ismert trigonometrikus azonosságot $(\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ és $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta)$ összeadva: $\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$

Legyen $\alpha = \omega t$ és $\beta = \omega t - \varphi$, ekkor:

$$\frac{1}{2}\left[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos\varphi\right] = \cos\omega t\cos(\omega t - \varphi)\;,$$

így a pillanatnyi teljesítmény:

$$P(t) = \frac{\mathcal{E}_0 I_0}{2}\left[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos\varphi\right]$$

Az átlagteljesítményt megkapjuk, ha képezzük ennek a függvénynek az időátlagát. Az idő változójú koszinusz függvény időátlaga nyilvánvalóan zérus, így csak a jobboldali tag marad, mivel az konstans.

Az átlagteljesítmény a csúcsértékekkel, vagy az effektív értékekkel kifejezve:

$$\overline{P} = \frac{\mathcal{E}_0 I_0}{2}\cos\varphi = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}\cdot\frac{I_0}{\sqrt{2}}\cos\varphi = \mathcal{E}_{eff} I_{eff}\cos\varphi = \frac{\mathcal{E}_{eff}^2 R}{Z^2} = I_{eff}^2 R$$

Mivel a keletkezett hőt ez adja meg, az átlagteljesítményt hatásos teljesítménynek is nevezik.

Megjegyezzük, hogy a $P_L = \mathcal{E}_{eff} I_{eff}$ mennyiséget látszólagos teljesítménynek, $P_m = \mathcal{E}_{eff} I_{eff}\sin\varphi$-t pedig meddő teljesítménynek nevezik. Utóbbi az áramforrás és a fogyasztó között periodikusan ide-oda áramló energiát adja meg.

2. Soros, párhuzamos és vegyes kapcsolás komplex függvényekkel

Fentebb láttuk, hogy a feszültséget és az áramerősséget forgó vektorokként, az impedanciát álló vektorként tekinthetjük egy kétdimenziós síkon. Utóbbiban az egyes tagokat (az ohmos ellenállást, a tekercs induktanciáját, a kondenzátor kapacitanciáját) soros kapcsolásnál vektorként adjuk össze. Párhuzamos esetben a reciprokokat kellene összeadni, csakhogy vektorokkal nem tudunk osztani, mivel nincs megfelelő szorzásunk. [2]

Kiderült, hogy ha a vektorokat egyben komplex számoknak is tekintjük, akkor megfelelő szorzást kapunk és tudunk majd eredő impedanciát számolni tetszőleges kapcsolásnál. Természetesen visszamehetnénk a vektorokról a trigonometrikus függvényekre, azonban ez sokkal nehézkesebb számolásokat eredményezne. Az alábbiakban bemutatjuk a huroktörvény komplex megoldását és levezetjük azokat az összefüggéseket, amelyek a váltóáramú körök megoldásához szükségesek (ez részben az előző oldalakon elmondottak ismétlése lesz).

Az áramforrás feszültségét $U_o e^{i(\omega t+\varphi)}$ alakban adjuk meg (most nem az ε jelölést használjuk elektromotoros erőre), az áramot $\bar{I} = I_o e^{i\omega t}$ alakúnak vesszük fel. Az áramot tehát fázisállandó nélkülinek tekintjük. Ezt egyébként jogunkban áll megtenni, mivel csupán azt jelenti, hogy az adott jelenség leírásához időmérésünk mikor indul, azaz a stopperóránk indítógombját mikor nyomjuk le. Az összefüggéseinkben a hullámvonallal ellátott szimbólumok komplex mennyiségeket jelölnek. Azt a megállapodást tartjuk szem előtt, hogy a komplex feszültségnek és az áramerősségnek csak a valós része értelmezhető és mérhető fizikailag [3]. Ez a komplex írásmód - a látszat ellenére - jelentősen egyszerűsíti a számolást. A következő formulákat fogjuk használni:

$$\tilde{U}(t) = U_o e^{i(\omega t+\varphi)} = U_o(\cos(\omega t+\varphi) + i\sin(\omega t+\varphi)) = U_o e^{i\varphi} e^{i\omega t} = \tilde{U}_o e^{i\omega t}$$

$$\tilde{I}(t) = I_o e^{i\omega t} \quad \frac{d\tilde{I}}{dt} = i\omega I_o e^{i\omega t} \quad \frac{d^2\tilde{I}}{dt^2} = -\omega^2 I_o e^{i\omega t}$$

Az $e^{i\omega t}$ tag miatt forog az áramerősség és a feszültség ω szögsebességgel a komplex síkon az óramutató járásával ellenkező irányban – aki a komplex alakból nem látja, vizsgálja meg a trigonometrikus alakot.

Tekintsük a soros RLC körre vonatkozó inhomogén hurokegyenletet

$$L\frac{d^2\tilde{I}}{dt^2} + R\frac{d\tilde{I}}{dt} + \frac{\tilde{I}}{C} = \frac{d\tilde{U}}{dt}$$

és helyettesítsük be a komplex feszültséget és az áram megfelelő deriváltjait:

$$-L\omega^2 I_o e^{i\omega t} + i\omega R I_o e^{i\omega t} + \frac{I_o}{C} e^{i\omega t} = i\omega U_o e^{i\varphi} e^{i\omega t} .$$

Osztva mindkét oldalt $i\omega$ -val, majd a nevezőből i/i szorzással eltűntetve az imaginárius egységet kapjuk az alábbi egyenletet:

$$iL\omega I_o e^{i\omega t} + R I_o e^{i\omega t} - i\frac{I_o}{\omega C} e^{i\omega t} = U_o e^{i\varphi} e^{i\omega t} \quad (**)$$

Beírva a komplex alakokat:

$$iL\omega\tilde{I}(t) + R\tilde{I}(t) - \frac{i}{\omega C}\tilde{I}(t) = \tilde{U}(t)$$

Az első formula bal oldalán azonosíthatjuk az egyes áramköri elemeken jelentkező feszültségeket, s jobboldalon ezek összegét:

$$\tilde{U}_R = R\tilde{I} \qquad \tilde{U}_L = iL\omega\tilde{I} \qquad \tilde{U}_C = -\frac{i}{\omega C}\tilde{I} \qquad (*)$$

E formulák egyúttal az Ohm törvény komplex alakjának megnyilvánulásai. Ezek mindegyike

$$\boxed{\tilde{U} = \tilde{Z}\tilde{I}}$$

alakú, ahol $\tilde{Z}$ jelöli hagyományosan a komplex impedanciát:

$$\tilde{Z}_R = R \qquad \tilde{Z}_L = i\omega L = iX_L \qquad \tilde{Z}_C = -\frac{i}{\omega C} = \frac{1}{i\omega C} = -iX_C$$

Ha a fenti egyenletet átrendezzük:

$$\left[i(L\omega - \frac{1}{\omega C}) + R\right]\tilde{I}(t) = \tilde{U}(t) ,$$

felismerhetjük az eredő komplex impedanciát is, amely a sorba kapcsolt elemek komplex impedanciáinak összege.

$$\tilde{Z}_e = R + i(L\omega - \frac{1}{\omega C})$$

Ennek az abszolút értékét a Pithagorasz tétellel számolhatjuk:

$$Z_o = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{\omega C})^2}$$

Látható, hogy a soros RLC kör komplex impedanciája az egyes tagok komplex impedanciájának összege. Ugyanígy levezethető, hogy ha több ohmos ellenállás, tekercs, illetve kondenzátor van sorosan kapcsolva, azok impedanciái is összeadódnak:

$$\tilde{Z}_e = \sum_n R_n + i(\omega \sum_m L_m - \frac{1}{\omega} \sum_k \frac{1}{C_k})$$

Megjegyezzük, hogy visszakaptuk azt az egyenáramoknál levezetett szabályt, hogy sorba kapcsolt kondenzátorok eredő kapacitásának reciproka a kapacitások reciprokainak összege.

Tekercsekre mindez csak akkor igaz, ha nincsenek egymással induktív csatolásban.

A komplex Ohm-törvényből meghatározható a feszültség és az áramerősség közötti fázis is az impedancia segítségével. Mint minden komplex mennyiség, így a komplex impedancia is megadható a következő alakban: $\hat{Z} = \hat{Z}_o e^{i\vartheta}$. Ha az áramot választjuk fázisállandó nélkülinek, (azaz $I_o e^{i\omega t}$ alakú) akkor az Ohm törvény a következőkhöz vezet:

$$\tilde{U} = U_o e^{i(\omega t+\varphi)} = Z_o e^{i\vartheta} I_o e^{i\omega t} = Z_o I_o e^{i(\omega t+\vartheta)}$$

Két dolgot látunk: az egyik, hogy a feszültség- és áram-amplitúdókra is érvényes az Ohm törvény: $U_o = Z_o I_o$. Ebből pedig a korábban tárgyalt effektív értékes alak is adódik $\sqrt{2}$-vel való osztás után: $U_{eff} = ZI_{eff}$. A másik fontos észrevétel, hogy $\vartheta = \varphi$, vagyis az impedancia valós tengellyel bezárt szöge adja a fáziskülönbséget:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\mathrm{Im}\,\tilde{Z}}{\mathrm{Re}\,\tilde{Z}} = \frac{X_L - X_C}{R} \ .$$

Az áram és a feszültség tehát nincs (azonos) fázisban, s e fáziskülönbség a komplex váltakozó áramú ellenállás fázisszögétől származik.

A fentieket alkalmazzuk pl. egy L önindukciós együtthatójú tekercsre: [4]

$$\hat{Z}_L = iL\omega = L\omega e^{i\pi/2} \qquad \hat{U} = \hat{Z}\hat{I} = L\omega I_o e^{i(\omega t+\pi/2)}$$

A feszültség-amplitúdó tehát $U_o = L\omega I_o$. Kiolvashatjuk továbbá azt is, hogy az önindukciós tekercsen a feszültség fázisa 90°-al, vagyis $\pi/2$ -vel siet az áram fázisához képest. Ha másik mennyiséget választjuk referenciául, akkor ugyanezt a fizikai tényt úgy is megfogalmazhatjuk, hogy egy önindukciós tekercsen az áram 90°-kal késik a feszültséghez képest.

Kimutatható, hogy ha állandó paraméterekkel bíró lineáris hálózatba azonos körfrekvenciájú szinuszos (koszinuszos) elektromotoros feszültségek vannak beiktatva, akkor a stacionárius állapotbeli áramerősségeket és feszültségeket a

$$\sum_i \tilde{I}_i = 0$$

komplex csomóponti és a

$$\sum_j \tilde{I}_j \tilde{Z}_j = \sum_k \tilde{U}_k$$

komplex huroktörvényekből határozhatjuk meg.

Az egyenáramoknál az Ohm-törvényből és a két Kirchhoff törvényből vezettük le azt, hogy hogyan kell eredő ellenállást számolni soros és párhuzamos kapcsolásnál, ill. hogyan kell ezek segítségével tetszőleges hálózatot megoldani. Itt a fenti három törvény komplex áramerősségekre, feszültségekre és impedanciákra ugyanolyan formában igaz, mint egyenáramok esetében a megfelelő valós mennyiségekre, tehát ugyanúgy levezethetők a megfelelő szabályok. Eszerint, (mint azt már láttuk,) a sorosan kapcsolt konduktív (ohmos) ellenállások eredőjét megadó $R_e = \sum_i R_i$ összefüggés megfelelőjeként a sorba kötött komplex impedanciákra a

$$\tilde{Z}_e = \sum_k \tilde{Z}_k$$

komplex összefüggés érvényes. Hasonlóan, párhuzamosan kapcsolt komplex impedanciák eredője az

$$\frac{1}{\tilde{Z}_e} = \sum_i \frac{1}{\tilde{Z}_i}$$

összefüggés szerint számítható. Az impedancia reciprokát szokás admittanciának is nevezni. A szabály tehát úgy foglalható össze, hogy soros kapcsolásnál a komplex impedanciák, párhuzamosnál a komplex admittanciák összegződnek.

3. A TRANSZFORMÁTOR

Közös vasmagon van két tekercs. Tegyük fel, hogy az N_1 menetszámú primer tekercs egy áramforrásra van csatolva, amelynek feszültsége: $U_1(t) = U_{1,0} \sin \omega t$. A primer kör ohmos ellenállását elhanyagoljuk, ekkor az áramerősség:

$I_1 = \frac{U_{1,0}}{L_1 \omega} \left(-\cos \omega t\right)$, ahol $L_1 = \mu \frac{N_1^2 A_1}{l_1}$. A primer tekercsen belül a mágneses térerősség

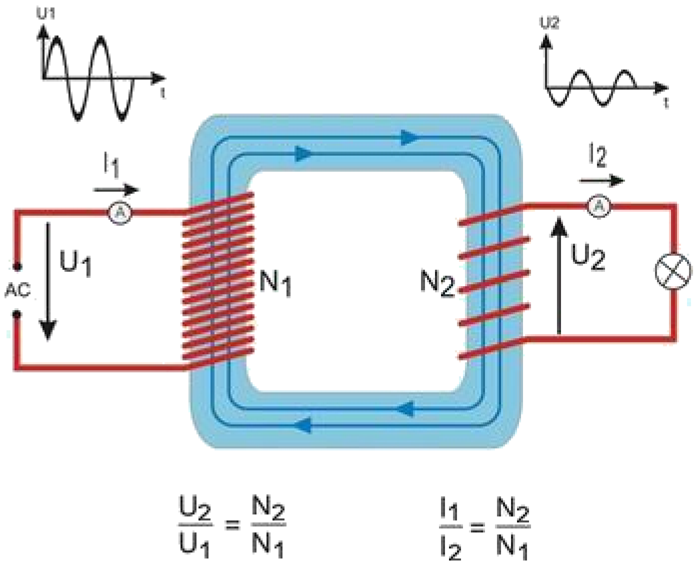
$H_1 = N_1 \frac{I_1}{l_1}$, ebből az indukció

$$B_1 = \mu N_1 \frac{I_1}{l_1} = \mu N_1 \frac{U_{1,0} / l_1}{\mu \frac{N_1^2 A_1}{l_1} \cdot \omega} \left(-\cos \omega t\right) = \frac{U_{1,0}}{A_1 N_1 \omega} \left(-\cos \omega t\right)$$

Az indukcióvonalak a vasmagon belül haladnak, ezért a két tekercs egy menetre jutó **mágneses indukciófluxusa** megegyezik: $B_1 A_1 = B_2 A_2$, azaz $B_2 A_2 = \frac{-U_{1,0}}{N_1 \omega} \cos \omega t$. A szekunder tekercsben az indukálódott feszültség: $U_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt}$ ahol $\Phi_2 = N_2 B_2 A_2 = -\frac{N_2 U_{1,0}}{N_1} \frac{\cos \omega t}{\omega}$. Ez persze csak akkor igaz, ha a szekunder körben nem folyik áram, vagyis nem zárt az áramkör. A deriválást elvégezve $U_2(t) = -\frac{N_2}{N_1} U_{1,0} \sin \omega t = -\frac{N_2}{N_1} U_1(t)$, tehát a szekunder feszültség fázisa ellentétes a primerhez képest, a feszültségek nagyságának aránya pedig a menetszámok arányával egyenlő

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Ez azt jelenti, hogy tetszőlegesen nagy (vagy kicsi) váltakozó feszültséget elő tudunk állítani transzformálással. Transzformátorokat ma is sok helyen használnak, a jó transzformátorok hatásfoka meghaladja a 90%-ot.



Ha a szekunder kört zárjuk, abban is áram folyik, így a fluxus mindkét tekercs esetében megváltozik. Ezt az esetet bonyolultsága miatt nem tárgyaljuk. Azt azonban megjegyezzük, hogy mivel a primer áramkör által leadott teljesítmény jelenik meg a szekunder kör fogyasztóján: $P_1 = P_2$, ebből $U_1 I_1 = U_2 I_2$ vagyis ha a feszültséget feltranszformáljuk, az megfelel az áram letranszformálásának:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Az erőművekben előállított feszültséget feltranszformálják (vagyis az áramot letranszformálják) a távvezetéken történő szállításhoz, hogy a vezetéken hőként leadott (veszteségnek tekintett) $I_2^2 R_{vez}$ teljesítmény kicsi legyen.

A transzformátornak magyar vonatkozása is van, ugyanis az első, energiaátvitelre is alkalmas transzformátort 1885-ben Bláthy Ottó, Déri Miksa és Zipernowsky Károly szabadalmaztatta. A régebbi típusokhoz képest a nagy különbség az volt, hogy ennél a transzformátornál zárt vasmagot alkalmaztak. Így a mágneses erővonalak nem a levegőben, hanem magában a vasmagban záródtak. Mivel a vasmagnak sokkal nagyobb a relatív permeabilitása, mint a levegőnek, így ugyanakkora indukció létrehozásához jóval kisebb gerjesztő áramra volt szükség. A nagy teljesítményű transzformátorok felhasználása az energia-elosztó rendszerben jellemző: 600-700 MVA-es transzformátok is léteznek. A háztartási készülékekben is gyakran alkalmaznak transzformátorokat, ám ezek teljesítménye néhány W-tól 1kW-ig terjed, pl.: tv, HI-FI, mikro, DVD lejátszó, nyomtató stb. Ezen berendezések nélkül elképzelhetetlen lenne a villamos energia ilyen szintű elterjedtsége az óriási veszteségek végett.

4. Ellenőrző kérdések

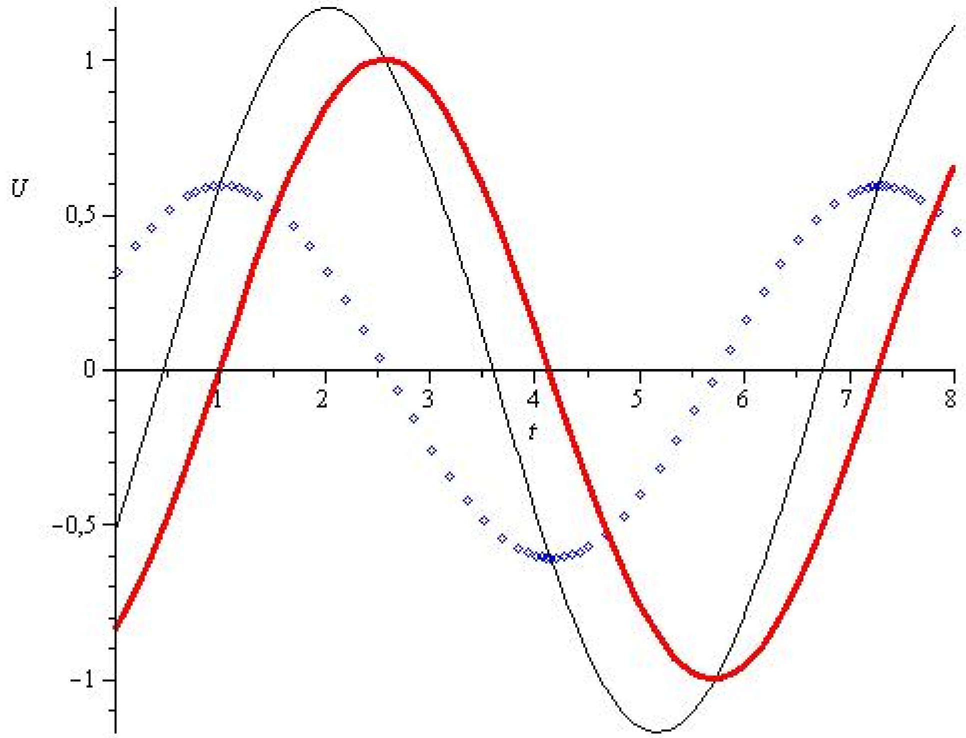
FELADATOK - VÁLTÓÁRAMÚ RLC KÖRÖK

Többször megoldható feladat, **elvégzése kötelező**.
A feladat végső eredményének a mindenkori **legutolsó megoldás** számít.

Oldja meg az alábbi feladatokat!

Válassza ki a helyes megoldást!

1. **Az alábbi grafikonon egy ideális elemekből felépített soros RLC körben mérhető feszültségeket ábrázoltunk az idő függvényében. Válasszuk ki, hogy sorrendben melyik kapcsolási elemen mérhető feszültséget jelenti a vékony fekete vonal, a vastag piros vonal és a kék pontozott vonal.**



- áramforráson, kondenzátoron, ohmos ellenálláson (E)
- tekercsen, áramforráson, ohmos ellenálláson (C)
- kondenzátoron, ohmos ellenálláson, tekercsen (B)
- ohmos ellenálláson, áramforráson, kondenzátoron (D)
- tekercsen, kondenzátoron, áramforráson (A)

2. **Az alábbiak közül melyik állítás biztosan nem igaz az előző feladattal kapcsolatban?**
   - az induktív ellenállás legalább tízszer akkora, mint a kapacitív
   - az áramkörben nincs rezonancia
   - a kapacitív ellenállás legalább másfélszer nagyobb, mint az ohmos
   - az impedancia kisebb, mint az ohmos ellenállás háromszorosa
   - az induktív ellenállás legfeljebb tizedakkora, mint az ohmos

3. **Egy RLC körben 50 Hz-es váltóáram folyik. Az áramerősség a t=0 időpillanatban 0. Melyik áramköri elemben és milyen formában van jelen a legtöbb elektromágneses energia t = 0,045 s-nál?**
   - a kondenzátoron elektromos formában
   - a tekercsben elektromos formában
   - az előző válaszokban felsorolt három formában nagyjából egyenlő energia van jelen

○ a tekercsben mágneses formában

VÁLTÓÁRAM TESZT

[1] Lásd az egyenletes körmozgás és a harmonikus rezgés kapcsolatát az előző félévi jegyzetben.

[2] Sem a skaláris, sem a vektoriális szorzásnál nem igaz, hogy $\vec{a}\vec{b} = \vec{a}\vec{c}$ -ből következik $\vec{b} = \vec{c}$, tehát az $1/\vec{a}$ -val való szorzás ellentmondásra vezet.

[3] Ez a komplex ellenállásra nem igaz!

[4] Felhasználjuk, hogy $e^{i\pi/2} = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} = i$